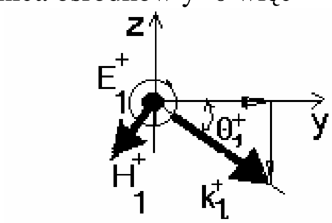
Zad 4

a)

1) Wektor kierunkowy fali padającej

$$\vec{k}_1^+ = \left(0, \frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$

granica ośrodków y=0 więc



czyli:

$$\vec{k}_1^+ = (0, \cos(\theta_1), -\sin(\theta_1))$$

więc kąt padania: $\dfrac{\sin(\theta_1)}{\cos(\theta_1)} = \tan(\theta_1) = \dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \quad \Rightarrow \theta_1 = 30^\circ$

2) Kąt załamania – z prawa Snelliusa

$$\frac{\sin(\theta_1)}{\sin(\theta_2)} = \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{\varepsilon_2 \cdot \mu 2}{\varepsilon_1 \cdot \mu_1}}$$

$$\frac{\sin(30)}{\sin(\theta_2)} = \frac{2}{3}$$

$$\theta_2 \approx 49^\circ$$

3) Współczynnik odbicia pola elektrycznego

Fala jest spolaryzowana prostopadle, ponieważ wektor E nie ma składowych w płaszczyźnie padania (składowe y,z), ma jedynie składową x.

dla fali spolaryzowanej prostopadle dla ośrodków niemagnetycznych:

$$\Gamma_{prost} = \frac{\sin(\theta_2 - \theta_1)}{\sin(\theta_2 + \theta_1)}$$

więc:

$$\Gamma_{prost} = \frac{\sin(49 - 30)}{\sin(49 + 30)} = 0.34$$

4) Wektory kierunkowe fali odbitej i załamanej

a) dla fali odbitej

$$\vec{k}_1^- = (0, -\cos(\theta_1), -\sin(\theta_1)) = \left(0, -\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$

b) dla fali przechodzącej

$$\vec{k}_2 = (0, \cos(\theta_2), -\sin(\theta_2)) = (0,\ 0.65,\ -0.75)$$

5) współczynnik fazowy

$$\beta_2 = \frac{2}{3}\beta_0$$

6) Pole elektryczne

$\vec{E}_1^-(t) = 0.34\hat{i}_x e^{j\left(\omega t + \beta_1 \frac{\sqrt{3}}{2} y - \beta_1 \frac{1}{2} z\right)}$

$\vec{E}_{1c}(t) = \hat{i}_x e^{j\left(\omega t + \beta_1 \frac{1}{2} z\right)} (e^{-j\beta_1 \frac{\sqrt{3}}{2} y} + 0.34 e^{j\beta_1 \frac{\sqrt{3}}{2} y})$

Wiec z warunku ciągłości składowej stycznej dla y=0

$\vec{E}_{1c}(y=0,t) = \hat{i}_x e^{j\left(\omega t + \beta_1 \frac{1}{2} z\right)} 1.34$ Więc amplituda $\vec{E}_2$ wynosi 1.34 (dla $e^{j\left(\beta_1 \frac{1}{2} z\right)} = e^{j(\beta_2 0.75 z)}$, co jest spełnione jeśli $\beta_1 \cos(\theta_1) = \beta_2 \cos(\theta_2)$ - prawo Snelliusa (korzystaliśmy z niego przy obliczeniu kąta załamania – więc warunek jest spełniony))

więc:

$\vec{E}_2(t) = 1.34\hat{i}_x e^{j(\omega t - \beta_2 0.65 y + \beta_2 0.75 z)}$,

7) Pole magnetyczne

$$\vec{H} = \frac{\vec{k} \times \vec{E}}{Z}$$

$$\vec{H}_1^+(t) = -\frac{1}{80\pi}\left(\hat{i}_y + \sqrt{3}\hat{i}_z\right) e^{j\left(\omega t - \beta_2 \frac{\sqrt{3}}{2} y + \beta_2 \frac{1}{2} z\right)}$$

$$\vec{H}_1^-(t) = -\frac{1}{235\pi}\left(\hat{i}_y - \sqrt{3}\vec{i}_z\right) e^{j\left(\omega t + \beta_2 \frac{\sqrt{3}}{2} y + \beta_2 \frac{1}{2} z\right)}$$

$$\vec{H}_{1c}(t) = -\frac{1}{\pi} e^{j\left(\omega t + \beta_2 \frac{1}{2} z\right)} \left(\frac{1}{235}\left(\hat{i}_y - \sqrt{3}\vec{i}_z\right) e^{j\beta_2 \frac{\sqrt{3}}{2} y} + \frac{1}{80}\left(\hat{i}_y + \sqrt{3}\hat{i}_z\right) e^{-j\beta_2 \frac{\sqrt{3}}{2} y} \right)$$

$$\vec{H}_2(t) = \frac{-1}{60\pi}\left(1.02\hat{i}_y + 0.88\hat{i}_z\right) e^{j(\omega t - \beta_2 0.65 y + \beta_2 0.75 z)}$$