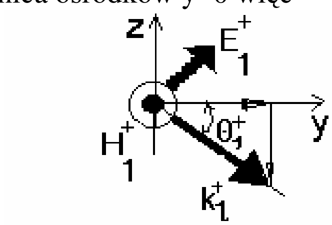
Zad 4
b)

1) Wektor kierunkowy fali padającej

$$\vec{k}_1^+ = \left(0, \frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$

granica ośrodków y=0 więc



czyli:

$$\vec{k}_1^+ = \left(0, \cos(\theta_1), -\sin(\theta_1)\right)$$

więc kąt padania: $\dfrac{\sin(\theta_1)}{\cos(\theta_1)} = \tan(\theta_1) = \dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \quad \Rightarrow \theta_1 = 30^\circ$

2) Kąt załamania – z prawa Snelliusa

$$\frac{\sin(\theta_1)}{\sin(\theta_2)} = \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{\varepsilon_2 \cdot \mu 2}{\varepsilon_1 \cdot \mu_1}}$$

$$\frac{\sin(30)}{\sin(\theta_2)} = \frac{2}{3}$$

$$\theta_2 \approx 49^\circ$$

3) Współczynnik odbicia pola elektrycznego

Fala nie jest spolaryzowana prostopadle, ponieważ wektor E ma składowe w płaszczyźnie padania (składowe y,z).

Pole magnetyczne padające:

$$\vec{H} = \frac{\vec{k} \times \vec{E}}{Z}$$

$\vec{H}_1^+(t) = \dfrac{1}{20\pi}\hat{i}_x e^{j\left(\omega t - \beta_1 \frac{\sqrt{3}}{2} y + \beta_1 \frac{1}{2} z\right)}$ => fala jest spolaryzowana równolegle

dla fali spolaryzowanej równolegle:

$$\Gamma_{prost} = \frac{\mathrm{tg}(\theta_2 - \theta_1)}{\mathrm{tg}(\theta_2 + \theta_1)}$$

więc:

$$\Gamma_{prost} = \frac{\mathrm{tg}(49 - 30)}{\mathrm{tg}(49 + 30)} = 0.069$$

4) Wektory kierunkowe fali odbitej i załamanej

a) dla fali odbitej

$$\vec{k}_1^- = \left(0, -\cos(\theta_1), -\sin(\theta_1)\right) = \left(0, -\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$

b) dla fali przechodzącej

$$\vec{k}_2 = \left(0, \cos(\theta_2), -\sin(\theta_2)\right) = \left(0,\ 0.65,\ -0.75\right)$$

5) współczynnik fazowy

$$\beta_2 = \frac{2}{3}\beta_0$$

6) Pole magnetycze

$$\vec{H}_1^+(t) = -0.0069\frac{1}{20\pi}\hat{i}_x e^{j\left(\omega t + \beta_1\frac{\sqrt{3}}{2}y + \beta_1\frac{1}{2}z\right)} = \frac{-3.45}{1000\pi}\hat{i}_x e^{j\left(\omega t + \beta_1\frac{\sqrt{3}}{2}y + \beta_1\frac{1}{2}z\right)}$$

Wiec z warunku ciągłości składowej stycznej dla y=0

$\vec{H}_{1c}(y=0,t) = \hat{i}_x e^{j\left(\omega t + \beta_1\frac{1}{2}z\right)}\left(\frac{1}{20\pi} + \frac{-3.45}{1000\pi}\right)$ Więc amplituda $\vec{E}_2$ wynosi 0.015 (dla $e^{j\left(\beta_1\frac{1}{2}z\right)} = e^{j(\beta_2 0.75z)}$, co jest spełnione jeśli $\beta_1\cos(\theta_1) = \beta_2\cos(\theta_2)$ - prawo Snelliusa (korzystaliśmy z niego przy obliczeniu kąta załamania – więc warunek jest spełniony))
więc:

$\vec{H}_2(t) = 0.015\hat{i}_x e^{j(\omega t - \beta_2 0.65y + \beta_2 0.75z)}$,

7) Pole magnetyczne

$$\vec{E} = Z\left(\vec{H} \times \vec{k}\right)$$

$$\vec{E}_1^-(t) = 0.069\left(-\frac{1}{2}\hat{i}_y + \sqrt{3}\vec{i}_z\right)e^{j\left(\omega t + \beta_1\frac{\sqrt{3}}{2}y + \beta_1\frac{1}{2}z\right)}$$

$$\vec{E}_2(t) = 2.79\left(0.75\hat{i}_y + 0.65\hat{i}_z\right)e^{j(\omega t - \beta_2 0.65y + \beta_2 0.75z)}$$